

文章编号:1000-8055(2013)02-0390-11

径流/斜流叶轮全三维反问题方法中的 边界条件和级数截断

田晓沛, 单 鹏

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 研究了脉动流动不同类型的进出口边界条件, 比较了端壁边界条件的不同给法, 并用基于定常雷诺平均 Navier-Stokes(RANS)的商用计算流体动力学(CFD)软件数值研究了进出口、端壁的边界条件和级数截断误差对气动设计的影响。研究表明: 进出口边界条件的影响可忽略不计, 端壁边界条件的影响较大。取傅里叶级数约前 15 项后, 截断误差的影响可忽略不计。

关 键 词: 径流和斜流叶轮; 通流设计方法; 全三维反问题; 流线曲率法; 边界条件; 级数截断误差
中图分类号: V235 **文献标志码:** A

Boundary conditions and Fourier series truncation errors with 3-D inverse method for radial and mixed flow turbomachines

TIAN Xiao-pei, SHAN Peng

(School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Different kinds of the inlet and outlet boundary conditions were studied in theory and different specifications of the endwall boundary condition were compared. The impacts of the inlet, outlet, endwall boundary conditions and the series truncation errors on the blade design by a steady Reynolds averaged Navier-Stokes (RANS) solver were studied numerically. The results show that the impacts of the inlet and outlet boundary conditions on the blade design are neglectable, while those of the endwall boundary conditions are relative large. The impacts of the series truncation errors could be neglected if the number of Fourier series terms is more than 15.

Key words: radial and mixed flow turbomachines; through-flow method;
three-dimensional inverse problem; streamline curvature approach;
boundary condition; series truncation errors

符号

z, r, θ	轴向, 径向, 周向坐标	O, O_{mq}	圆柱坐标系原点, 曲线坐标系原点
α	相对周向坐标	f	叶片包角
m, q	子午流线坐标, 准正交线坐标	S_1, S_2	S_1 流面, S_2 流面

收稿日期:2012-05-10

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130131.0829.201302.390_021.html

基金项目: 高等学校学科创新引智计划(B08009)

作者简介: 田晓沛(1981—), 男, 新疆乌鲁木齐人, 博士生, 主要从事离心压气机气动设计方法研究。

$S_{2,m}$	平均 S_2 流面
$S_{2,0}$	中弧流面,在有叶区即叶片中弧面
V, W	绝对速度矢量,相对速度矢量
v	周向周期脉动速度矢量
ρ	密度
y	任意流场变量

下角标

0	$S_{2,0}$ 流面对应变变量
target, actual	设计给定值,实际值
inlet, outlet	计算域入口,出口
endwall	端壁

上角标

—	周向平均
^	无量纲化

B	叶片数
e	单位向量
$n, n_{\max}$	傅里叶级数的项数,保留项数
$k, k_{\max}$	气动设计用周向节点序号,节点总数
ϕ	三维 Monge 势函数
c	端壁边界取值调整系数

hub, shroud	轮盘,轮盖
n	法向
n	傅里叶级数的项数
k	气动设计用周向节点序号

c, s	傅里叶级数余弦项,正弦项
------	--------------

径流和斜流叶轮都具有子午流道狭长、曲率大、单级负荷高、流场周向变化大、二次流复杂等特点,所以其叶片的气动设计尤为重要。基于流线曲率法求解平均流面 $S_{2,m}$ 的准三维通流设计方法是时至今日仍被广泛应用于工业设计领域的经典方法之一。因无需给定进出口边界条件,这类方法具备良好的多级联合设计能力。不过,随叶片负荷的增加,流场周向不均匀性对叶片气动设计的影响增加。因此,对流场周向不均匀性简便且有效地描述,将有效提高这类准三维方法实现气动设计性能的能力。

目前有一定应用的叶片全三维反问题设计方法主要包括:由 Wu^[1] 提出的基于 S_1, S_2 两族流面迭代的方法及随后发展的简化、近似方法^[2-3];由 Demeulenaere 等^[4], Dang 等^[5] 提出的基于 Euler 方程,随后基于 RANS 方程直接求解的方法^[6];由 Hawthorne 等^[7], Tan 等^[8] 提出的基于 Stokes 流函数求解周向平均流,基于 Clebsch 变换求解周向周期脉动流场(简称脉动流场)的方法。

Tian 等^[9] 基于前人研究,提出并初步数值验证了一种新的径流和斜流叶片全三维反问题方法。该法用流线曲率法求解中弧流面 $S_{2,0}$,用 Clebsch 变换求解脉动流场。与其他全三维方法相比,该法的特点之一是无需指定周向平均流场的进出口边界条件,从而可方便地推广至多排叶片的联合设计。但实现多排联合设计,仍需指定脉动流场在叶片前后缘附近的进出口的边界条件,且其端壁边界条件也存在不同的给定方法。同时脉动流场控制方程中的三维 Monge 势函数和广

义函数均在周向被展开为傅里叶级数,并取前有限项和作为近似,这也必然带来截断误差。

Borges^[10], 罗兴琦等^[11], 郑小波^[12] 均使用按原始定义得到的端壁边界条件,但 Tan 等^[8], Zangeneh 等^[13] 认为,按原始定义给定端壁边界条件没有排除能导致流场发散在端壁处的叶片涡奇点,并提出一种能规避奇点的边界条件。关于脉动流场的进出口边界条件研究,因为对单排叶片可以使用速度远场模型,所以鲜有讨论。

罗兴琦等^[14] 研究了傅里叶级数项数的选取对叶片造型或求解收敛性的影响。由于该研究是在罗兴琦等^[11] 在 Tan 等^[8], Borges^[10], Zangeneh 等^[13] 的研究基础上开发的不可压水轮机全三维设计平台下展开的,其结论并不通用于可压流叶片;而且该研究仅讨论了若干因素对于生成叶片的包角 f 的最大差值的影响,尚不充分。

本文基于 Tian 等^[9] 的径流、斜流叶片全三维反问题方法,用商用计算流体动力学(CFD)软件 Fine/Turbo 研究了上述 2 类因素对叶片设计和气动性能的影响,为该方法的进一步发展提供必要基础。

1 理论概述

Tian 等^[9] 提出的可压流叶片全三维反问题方法如下:将全三维流场(忽略密度的周向变化^[13])分解为中弧流面流场和周向周期脉动流场;前者用流线曲率法求解中弧流面的完全径向平衡方程和连续方程获得;后者通过求解最早由 Tan 等^[8] 提出的、基于 Clebsch 变换实现的、由

Monge 势函数 ϕ 表达的连续方程获得; 其中, 中弧流面 $S_{2,0}$ 见图 1, 在有叶区与叶片中弧面重合.

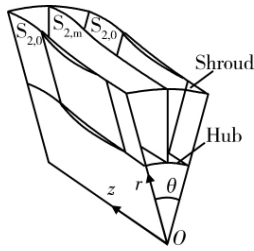


图 1 流面 $S_{2,m}$ 和流面 $S_{2,0}$

Fig. 1 Stream surfaces $S_{2,m}$ and $S_{2,0}$

1.1 脉动流场边界条件

脉动流场有叶区和无叶区的亥姆霍兹型控制方程分别为式(1)、式(2), 脉动速度表达为式(3). 三维 Monge 势函数 ϕ 在周向被展成傅里叶级数式(4). 一般在进出口给定脉动分速度大小, 在端壁给定滑移边界条件, 见式(5).

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2 \phi_n^c - (n^2 B^2 / r^2) \phi_n^c + \nabla \phi_n^c \cdot \nabla \ln \bar{\rho} = & -2[\nabla f \cdot \nabla(r\bar{V}_\theta)] \cos(nBf) - \\ & [2/(nB)][\nabla^2(r\bar{V}_\theta)] + \nabla \ln \bar{\rho} \cdot \nabla(r\bar{V}_\theta) \sin(nBf) \\ \nabla^2 \phi_n^s - (n^2 B^2 / r^2) \phi_n^s + \nabla \phi_n^s \cdot \nabla \ln \bar{\rho} = & -2[\nabla f \cdot \nabla(r\bar{V}_\theta)] \sin(nBf) + \\ & [2/(nB)][\nabla^2(r\bar{V}_\theta)] + \nabla \ln \bar{\rho} \cdot \nabla(r\bar{V}_\theta) \cos(nBf) \end{aligned} \right. \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^2 \phi_n^c - (n^2 B^2 / r^2) \phi_n^c + \nabla \phi_n^c \cdot \nabla \ln \bar{\rho} = & 0 \\ \nabla^2 \phi_n^s - (n^2 B^2 / r^2) \phi_n^s + \nabla \phi_n^s \cdot \nabla \ln \bar{\rho} = & 0 \end{aligned} \right. \quad n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$\mathbf{v} = \begin{cases} \nabla(\phi - \bar{\phi}) - S(\alpha) \nabla(r\bar{V}_\theta) & \text{有叶区} \\ \nabla(\phi - \bar{\phi}) & \text{无叶区} \end{cases} \quad (3)$$

$$\phi - \bar{\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^c \cos(nB\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^s \sin(nB\theta) \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{v}_{\text{inlet/outlet}} & \text{进出口} \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_n &= 0 & \text{端壁} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

进出口边界脉动速度的周向分布通过沿周向分布的 $k_{\max}$ 个节点离散表达为

$$\mathbf{v}_{\text{inlet/outlet},k} = \sum_{n=1}^{k_{\max}-1} \left[\mathbf{v}_n^c \cos\left(\frac{2\pi nk}{k_{\max}}\right) + \mathbf{v}_n^s \sin\left(\frac{2\pi nk}{k_{\max}}\right) \right] \quad k = 0, \dots, k_{\max} - 1 \quad (6)$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{v}_n^c &= \sum_{k=0}^{k_{\max}-1} \mathbf{v}_{\text{inlet/outlet},k} \cos\left(\frac{2\pi nk}{k_{\max}}\right) / k_{\max} \\ \mathbf{v}_n^s &= \sum_{k=0}^{k_{\max}-1} \mathbf{v}_{\text{inlet/outlet},k} \sin\left(\frac{2\pi nk}{k_{\max}}\right) / k_{\max} \end{aligned} \right. \quad n = 1, \dots, k_{\max} - 1 \quad (7)$$

从而得到进出口、有叶区端壁和无叶区端壁的边界条件, 分别为式(8)、式(9)和式(10)

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla \phi_n^c + \frac{nB}{r} \phi_n^s \mathbf{e}_\theta &= \mathbf{v}_n^c \\ \nabla \phi_n^s - \frac{nB}{r} \phi_n^c \mathbf{e}_\theta &= \mathbf{v}_n^s \end{aligned} \right. \quad n = 1, \dots, k_{\max} - 1 \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \partial \phi_n^c / \partial e_{n,\text{endwall}} &= \\ -2 \sin(nBf) / (Bn) \cdot \partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n,\text{endwall}} \\ \partial \phi_n^s / \partial e_{n,\text{endwall}} &= \\ 2 \cos(nBf) / (Bn) \cdot \partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n,\text{endwall}} \end{aligned} \right. \quad n = 1, 2, \dots \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \partial \phi_n^c / \partial e_{n,\text{endwall}} &= 0 \\ \partial \phi_n^s / \partial e_{n,\text{endwall}} &= 0 \end{aligned} \right. \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

其中 $n=0$ 对应于脉动量均值, 其值为 0. 注意到进出口边界脉动速度为离散表达, 存在频谱误差. 为防止频率混叠, 需要离散节点总数满足奈奎斯特采样率, 即 $k_{\max} > 2n_{\max}$. 本文并不追求频谱精度, 所以不再考虑其他频谱误差源.

不失一般性, 本文仅研究出口边界条件. 普遍认可的方案是将计算域出口置于叶片下游远场, 从而按远场模型, 即脉动速度为 0, 给定边界条件. 但多排叶片联合设计只能将出口置于叶排间隙中, 因此远场模型不再适用, 并且会出现边界条件的相容问题. 所谓相容问题是因为出口边界条件式(8)等价于

$$\left\{ \begin{aligned} \partial \phi_n^c / \partial e_{n,\text{inlet/outlet}} &= \mathbf{v}_{n,m}^c \cdot \mathbf{e}_{n,\text{inlet/outlet}} \\ \partial \phi_n^s / \partial e_{n,\text{inlet/outlet}} &= \mathbf{v}_{n,m}^s \cdot \mathbf{e}_{n,\text{inlet/outlet}} \\ \phi_n^c &= -r v_{n,\theta}^s / (nB) \\ \phi_n^s &= r v_{n,\theta}^c / (nB) \end{aligned} \right. \quad n = 1, \dots, k_{\max} - 1 \quad (11)$$

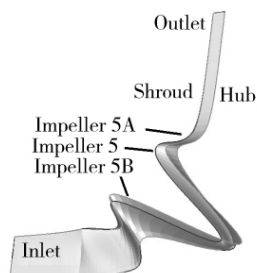
当出口在叶片下游远场, 该边界条件会自相容, 见图 2(a). 但在叶排间隙中, 很难使 ϕ_n 在边界同时满足分别对应于周向脉动速度和子午脉动速度的值约束和变化率约束, 见图 2(b). 图 2(c) 为图 2(a) 的局部放大.

Tan 等^[8], Zangeneh 等^[13]指出, 若表征叶片中弧面的叶片涡不与端壁正交, 叶片涡周向分量在端壁无法消失, 即 $\partial f / \partial e_{n,\text{endwall}} \neq 0$, 便会在交

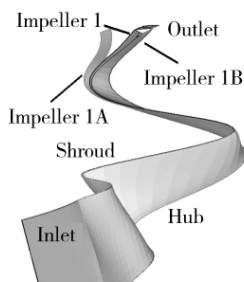
点出现能导致数值求解不稳定的奇点。由于 $\partial f / \partial e_{n, \text{endwall}}$ 与 $\partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n, \text{endwall}}$ 间满足^[13]

$$\frac{\partial(r\bar{V}_\theta)}{\partial e_{n, \text{endwall}}} = \frac{[\nabla_\alpha \cdot \nabla(r\bar{V}_\theta)] / (\nabla_\alpha \cdot \nabla_\alpha) \cdot \partial f / \partial e_{n, \text{endwall}}}{\partial f / \partial e_{n, \text{endwall}}} \quad (12)$$

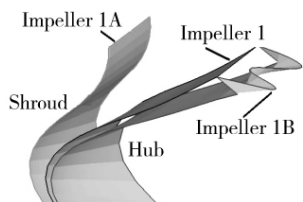
令 $\partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n, \text{endwall}} = 0$, 便可去除奇点。



(a) 端壁边界条件



(b) 出口边界条件



(c) 图2(a)局部放大图

图2 部分叶轮的 ϕ_i 分布

Fig. 2 ϕ_i distributions for some turbomachines

但叶轮往往通过叶片与端壁斜交改善主流结构,控制二次流强度,例如离心压气机工作轮叶片尾缘周向倾斜,轴流压气机静子叶片端部弯曲等。所以,约束端壁处周向平均环量分布为 $\partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n, \text{endwall}} = 0$ 并不合适。鉴于脉动流场求解的数值稳定性对端壁处 $\partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n, \text{endwall}}$ 的光滑性和取值并不敏感,本文将边界条件改为

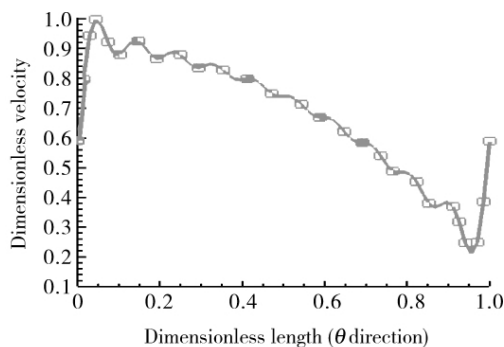
$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_n^c}{\partial e_{n, \text{endwall}}} = -2c^c \sin(nBf) / (Bn) \cdot \partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n, \text{endwall}} \\ \frac{\partial \phi_n^s}{\partial e_{n, \text{endwall}}} = 2c^s \cos(nBf) / (Bn) \cdot \partial(r\bar{V}_\theta) / \partial e_{n, \text{endwall}} \end{cases} \quad c^c, c^s \in [0, 1] \quad n = 1, 2, \dots \quad (13)$$

取 c^c, c^s 为使迭代收敛的最大值,可抑制奇点涡对气动设计的影响。但离心叶轮子午流道狭长,端壁边界条件对设计结果影响较大,见图2(a),故是否应取最大值尚不清楚。

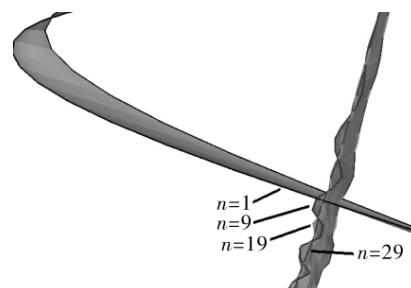
1.2 傅里叶级数截断误差

傅里叶级数截断误差是脉动流场求解最明显的误差源。除影响气动设计结果外,还会造成脉动流场在周向出现锯齿,见图3(a)。

另外,应该注意到子午面流场的求解网格密度是有限的,随着 n 的增加 $\phi_n(z, r)$ 沿流向的振荡频率增加,振幅下降,如图3(b)所示。按照奈奎斯特采样率,求解到的 $\phi_n(z, r)$ 的误差会随之增加,直到完全失真。因此傅里叶级数保留的项数还受计算网格密度的限制。



(a) 周向脉动速度的周向分布



(b) 不同阶 ϕ_n^c 幅值对比

图3 脉动流场的傅里叶级数表达

Fig. 3 Periodic flow fitted by Fourier series

图4对比了取傅里叶级数前5项和前1000项拟合广义函数 $S(\alpha)$ 的效果,其中 $S(\alpha)$ 的傅里叶级数写为

$$S(\alpha) = (2/B) \sum_{n=1}^{\infty} \sin(nB\alpha) / n \quad (14)$$

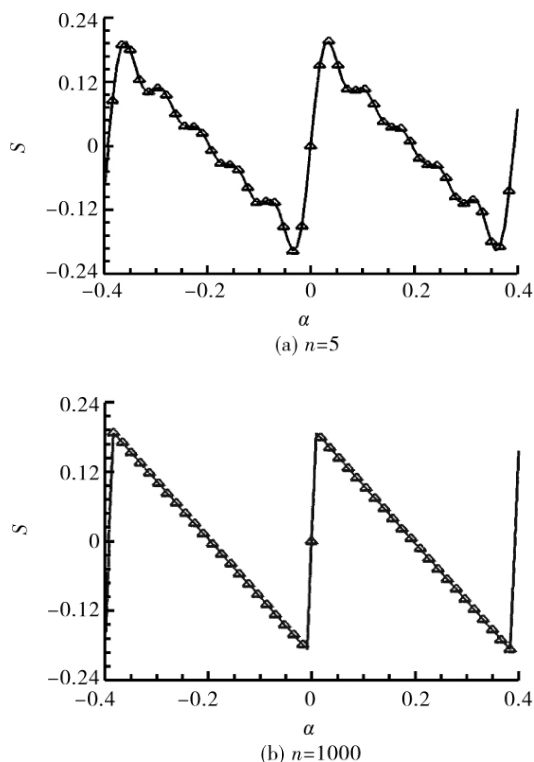
图 4 广义函数 $S(\alpha)$ 的傅里叶级数表达

Fig. 4 Generalised function $S(\alpha)$ fitted by Fourier series

2 数值研究

用于研究的算例为某带分流叶片的小型离心压缩机工作轮,气动设计指标见表 1. 用基于定常 RANS 的数值实验得到工作轮的气动性能和流场. 通过各组算例之间叶片造型和气动性能的比较揭示各因素对气动设计影响的特点.

数值验证的可行性在于: ①算例是设计工况

表 1 通流设计部分输入参数

Table 1 Prescribed and specified parameters for designs

参数	数值	参数	数值
流量/(kg/s)	0.2300	进口总温/K	288.15
转速/(r/min)	103678	进口总压/Pa	101325
转子增压比	3.0	叶片数	8+8
转子入口 轮盘直径/m	0.009	转子入口 轮盘-轮盖比	0.25
转子出口 直径/m	0.081	叶片尾缘 宽度/m	0.0029
设计给定的转子 绝热效率	0.94	叶片积叠轴 无倾角积叠	

为高亚声速的叶轮,不会出现大面积或高强度激波;②数值实验预估的气动性能较反问题的具有更高精度;③数值实验结果的可比性,较数值实验结果本身有更高可信度;④与实验相比,虽然数值实验结果不确定因素较多,但可以获得对流场更为详细完整的描述.

湍流模型为 Spalart-Allmaras, 涡黏系数为 $4.71 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^{[15]}$. 计算域由 2 个 H 型网格块构成. 每块的节点数均径向为 57, 周向为 49 和流向为 265. 壁面首层网格高度为 0.001 mm, 壁面附近最大当地雷诺数 $y^+ \leq 15$, 满足湍流模型要求^[15].

本文用 3 组算例研究边界条件对气动设计的影响, 各算例的参数设置见表 2. 表 2 的出口边界条件取值方案中, “0”代表均匀分布且为 0, “1”代表非均匀分布.

表 2 算例说明

Table 2 Case definitions

Impeller	$\hat{r}_{\text{outlet}}$	n	出口	c^c, c^s	
				Hub	Shroud
1	1.2	16	$v_\theta = 0$	0	0
1A	1.2	16	$v_m = 0$	0	0
1B	1.2	16	$v_\theta = 1$	0	0
2	2.1	16	$v_\theta = 0$	0	0
3	4.2	16	$v_\theta = 0$	0	0
4	8.3	16	$v_\theta = 0$	0	0
5	14.6	16	$v_\theta = 0$	0	0
5A	14.6	16	$v_m = 0$	0	0
5B	14.6	16	$v_\theta = 0$	0.4	1.0
5-x	14.6	4/8/12/ 20/24/29	$v_\theta = 0$	0	0

将计算域出口置于叶片下游 5 个不同位置, 得到的工作轮被分别命名为 Impeller 1~Impeller 5, 以研究按远场模型给定出口边界条件的适用范围. 表 2 中, 出口边界位置 $\hat{r}_{\text{outlet}}$ 定义为叶片尾缘宽度的倍数.

将 Impeller 1 出口的边界条件换为按远场模型给定的子午脉动速度和非均匀分布的周向脉动速度, 得到的工作轮被分别命名为 Impeller 1A 和 Impeller 1B, 以研究出口边界在叶片尾缘附近时不同类型边界条件对气动设计的影响.

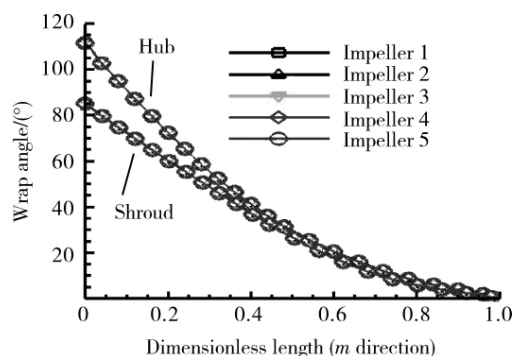
鉴于 Impeller 5 出口在远场, 出口边界条件

对设计结果的影响可以忽略, 可将其有叶区端壁边界条件的参数 c 取为使迭代收敛的最大值, 得到的工作轮被命名为 Impeller 5B, 以研究端壁边界条件对气动设计结果的影响。

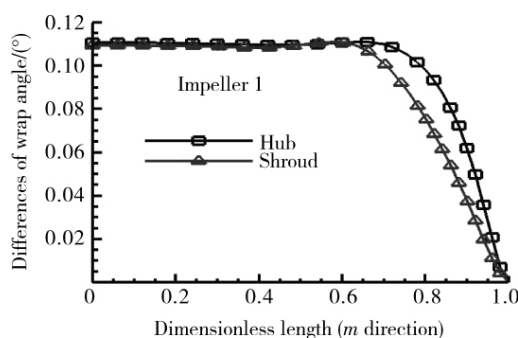
本文又用一组算例 (Impeller 5- x , x 表示保留的傅里叶级数的项数) 研究级数截断误差对气动设计的影响, 参数设置也见表 2。

2.1 远场边界条件影响的数值研究

Impeller 1~Impeller 5 的叶片包角见图 5(a), Impeller 1 与 Impeller 5 的包角差见图 5(b)。由图 5 可见, 因离心叶轮子午流道狭长, 基于椭圆型控制方程求解的脉动流场受计算域出口边界条件的影响很小, 从而使最大包角差在 0.12° 以内。



(a) 叶片包角



(b) 与 Impeller 5 的叶片包角差

图 5 远场边界条件研究用叶片沿程包角、包角差的对比

Fig. 5 Comparison of wrap angles and wrap angle differences along meridional streamlines for far field boundary conditions

从叶片前缘到尾缘沿流向选取 6 条准正交线, 分别称为截面 $a \sim f$, 其中 a 和 f 分别与叶片前缘和尾缘重合 (见图 6)。在这 6 个截面的轮盘和轮盖处, 各叶轮与 Impeller 5 的叶片包角差的变化见图 7。首先, 脉动流场计算域出口边界条件

对叶片包角的影响虽然较小, 但很明确。随着出口边界远离叶片尾缘, 各截面叶片包角均表现出收敛特征。然后, 对同一叶轮, 向叶片前缘靠近, 叶片包角差趋于常数 (见图 5(b)), 也具有收敛特征。

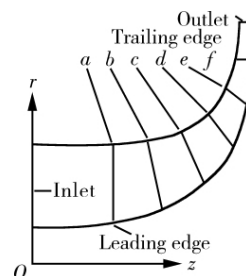
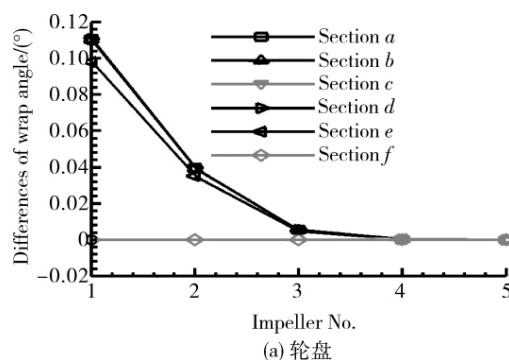
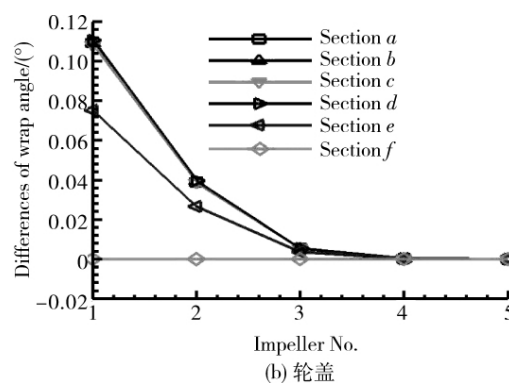


图 6 远场边界条件研究用叶片包角对比截面的位置

Fig. 6 Section positions for comparison of wrap angles among the impellers for far field boundary conditions



(a) 轮盘



(b) 轮盖

图 7 远场边界条件研究用叶片包角差的对比

Fig. 7 Comparison of wrap angle differences among the impellers for far field boundary conditions

Impeller 1~Impeller 5 流量设计点的气动性能见表 3, 它们与 Impeller 5 的气动性能差见图 8, Impeller 1 与 Impeller 5 的 100% 等转速线见图 9。由图 8 可见, 随计算域出口远离叶片尾缘, 总压比、绝热效率均表现出收敛特征。

表 3 各叶轮流量设计点气动性能

Table 3 Performances of impellers at design point

叶轮	静压比	总增压比	绝热效率
1	2.9896	3.3710	0.81807
2	2.9953	3.3790	0.81818
3	2.9978	3.3827	0.81819
4	2.9985	3.3836	0.81822
5	2.9984	3.3834	0.81823
1A	3.0078	3.3969	0.81833
1B	2.9767	3.3527	0.81780
5B	2.8555	3.2019	0.80952
5-4	2.9534	3.3193	0.81780
5-8	2.9819	3.3602	0.81783
5-12	2.9935	3.3765	0.81817
5-20	2.9995	3.3854	0.81790
5-24	2.9995	3.3856	0.81753
5-29	2.9999	3.3865	0.81728

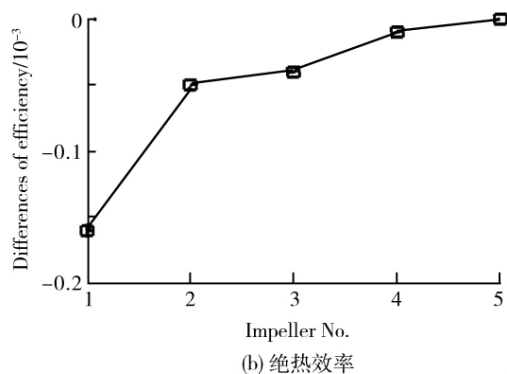
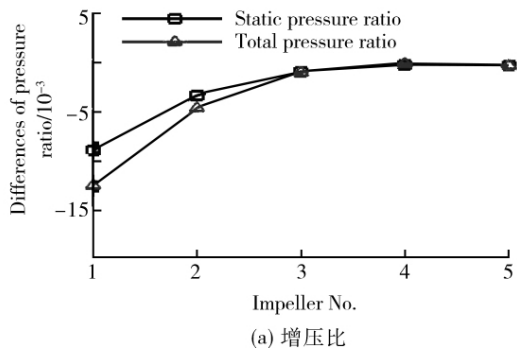


图 8 远场研究用各叶轮与 Impeller 5 的总体气动性能差

Fig. 8 Differences of performance between impellers and Impeller 5 for far field boundary conditions

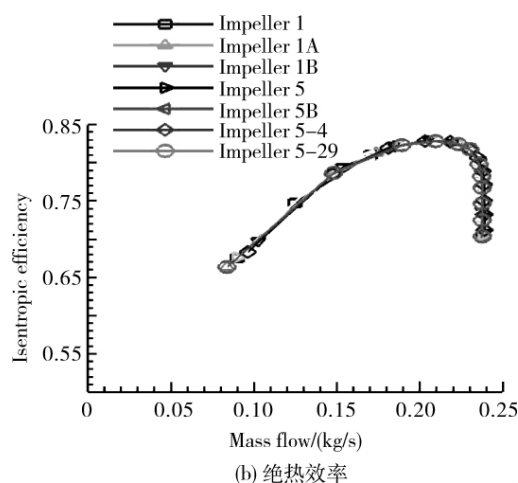
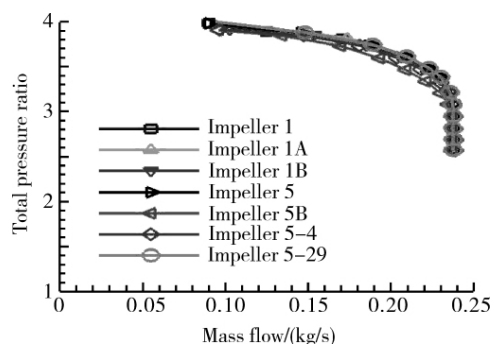
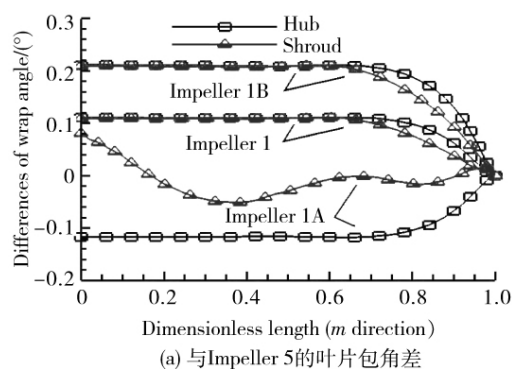


图 9 100% 转速下若干叶轮的压气机特性图

Fig. 9 100% speed performances of some impellers

2.2 近场边界条件影响的数值研究

Impeller 1A, Impeller 1B 与 Impeller 5 的叶片包角差见图 10(a). 在 Impeller 1B 出口给定的周向脉动速度场见图 10(b). 不同类型出口边界条件对流场控制方程变量 ϕ_n 的影响见图 2(a)、图 2(c). 由图 10 可见, 在不同类型出口边界条件对叶片设计的影响中, 规定周向脉动速度为 0 的最小, 给定非均匀周向脉动速度的最大, 规定子午脉动速度为 0 的最复杂.



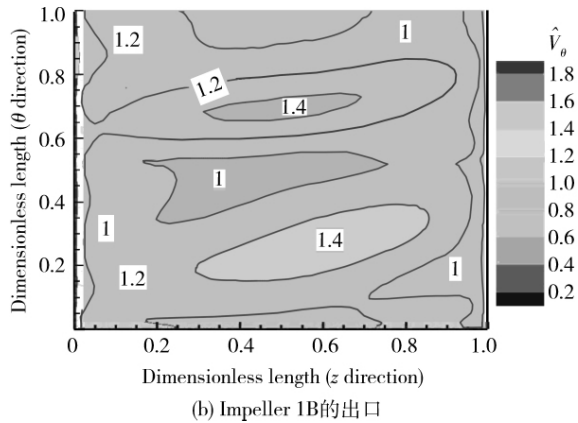


图 10 不同类型出口边界条件研究用叶片包角差对比和出口边界上的非均匀流场

Fig. 10 Comparison of wrap angles and outlet nonuniform periodic velocity for different boundary conditions

Impeller 1A 与 Impeller 1B 在设计点的气动性能见表 3, 与 Impeller 5 的设计点性能差见图 11, 100% 等转速线见图 9. 显见, 这 3 个算例的气动性能没有实质差异.

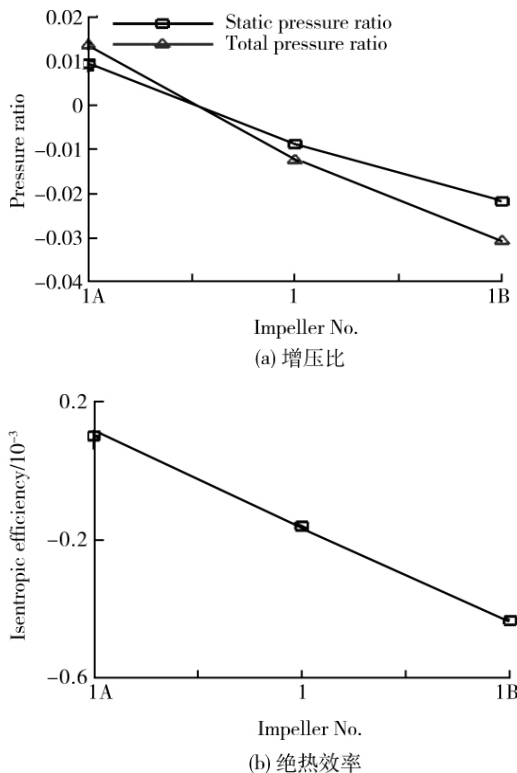


图 11 不同形式出口边界条件研究用三叶轮与 Impeller 5 的总体性能差

Fig. 11 Differences of performances between impellers and Impeller 5 for boundary conditions

2.3 端壁边界条件影响的数值研究

Impeller 5B 与 Impeller 5 的叶片包角差见图 12, 叶片包角对比见图 13(a), 叶片造型对比见图 13(b). 由图 12 和图 13 可见, 对于叶片设计的影响, 端壁边界条件远大于出口边界条件, 且影响规律相对复杂.

Impeller 5B 流量设计点气动性能见表 3, 较 Impeller 5, 静压比、总增压比、效率分别差了 4.8%, 5.4%, 1.1%. 100% 等转速线见图 9. 虽然 Impeller 5B 的气动性能变化并不显著, 却为本文所有算例中变化最大的, 较出口边界条件的影响提高了 1 个量级, 不宜忽略. 综上, 取端壁边界条

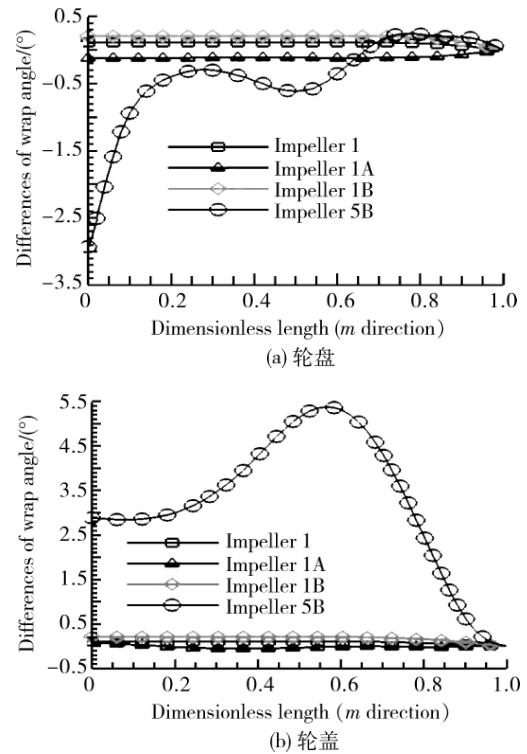
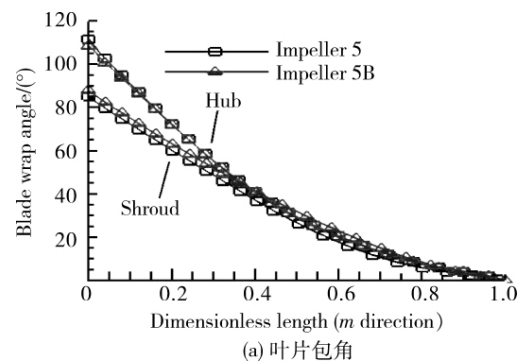


图 12 近场和端壁不同边界条件对叶片包角影响对比

Fig. 12 Comparison of influences by different near field and endwall boundary conditions



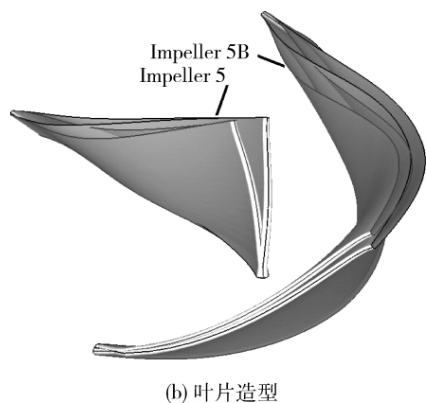


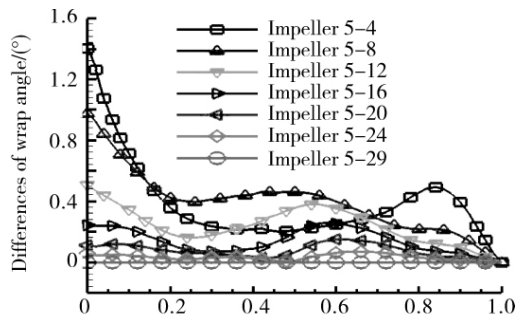
图 13 Impeller 5B 和 Impeller 5 的
叶片包角和造型对比

Fig. 13 Comparison of wrap angles and blade profiles between Impeller 5B and Impeller 5

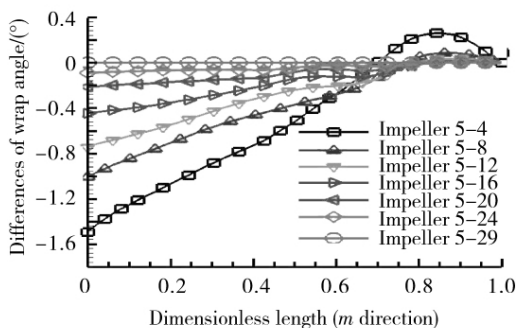
件式(13)中的 c^c, c^s 为 0, 在增加反问题方法数值稳定性的同时, 对改善气动性能起了积极的影响, 因此这种端壁边界条件应予肯定。

2.4 级数截断误差影响的数值研究

Impeller 5-4~Impeller 5-29 与 Impeller 5-29 的叶片包角差见图 14。由图可见, 对于叶片设计



(a) 轮盘



(b) 轮盖

图 14 截断误差研究用叶轮与
Impeller 5-29 的叶片包角差

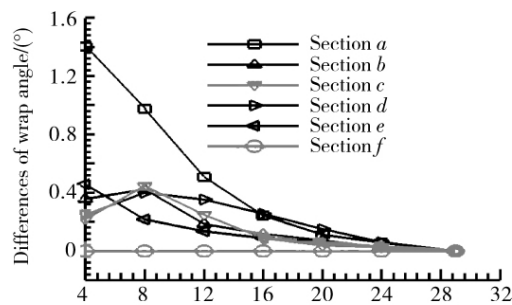
Fig. 14 Difference of wrap angles between the impellers and Impeller 5-29 for Fourier series truncation error

的影响, 级数截断误差远大于出口边界条件, 但也明显小于端壁边界条件, 且影响规律相对复杂。当级数截断误差较大, 例如 $n=4$ 时, 叶片离心段特别是轮盘一侧的叶片造型误差较大。

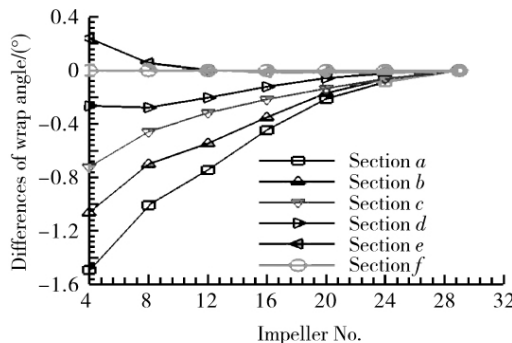
同样在截面 $a \sim f$ 的轮盘和轮盖处, 各叶轮与 Impeller 5-29 的叶片包角差的变化见图 15。可见, 随级数截断误差的减小, 各截面叶片包角差均呈现良好的收敛特征。

$n > 15$ 后, 对应于各阶 ϕ_n 的脉动速度分量已经减小了近 1 个量级, 见图 16, 叶片最大包角差在 $\pm 0.5^\circ$ 以内, 同样下降了近 1 个量级。虽然此时由傅里叶级数表达的流场在周向尚不光滑, 但对叶片设计的影响已经很小。该结论支持罗兴琦等^[14]关于傅里叶级数保留项数的观点。

Impeller 5-4~Impeller 5-29 在设计点的气动性能见表 3, 与 Impeller 5-29 的气动性能见图 17, Impeller 5-4 与 Impeller 5-29 的 100% 等转速线见图 9。显见, 这组算例的气动性能没有实质差异。由图 17 可见, 随级数截断误差的减小, 静压比和总压比均表现出良好的收敛特征, 但绝热效率在级数截断误差较大时, 收敛不稳定。



(a) 轮盘



(b) 轮盖

图 15 截断误差研究用叶片包角差对比

Fig. 15 Comparison of wrap angle differences among impellers for Fourier series truncation error

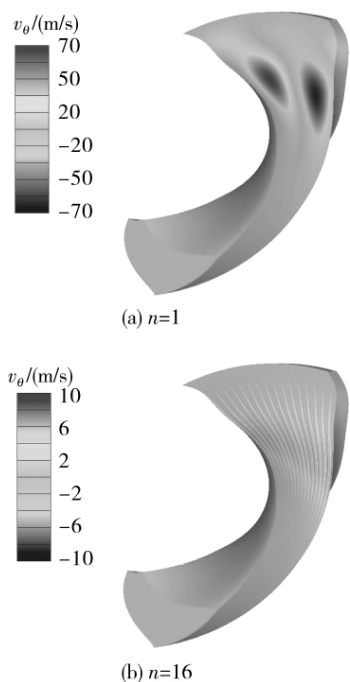


图 16 由反问题得到的级数的不同阶
周向脉动速度场的对比

Fig. 16 Pitchwise periodic velocity comparison
between different order harmonics yielding
by inverse design method

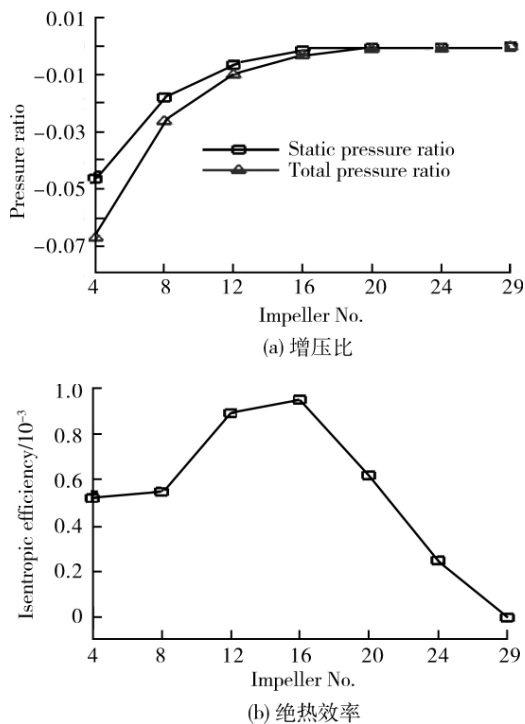


图 17 截断误差研究用叶轮与
Impeller 5-29 气动性能差

Fig. 17 Differences of performances between
impellers and Impeller 5-29 for
Fourier series truncation error

3 结 论

1) 进出口边界条件的影响较小,可忽略。其中,若出口在叶片尾缘附近,周向脉动速度为 0 的边界条件对叶片设计的影响最小。

2) 对叶片设计的影响,脉动流场端壁边界条件较出口的大 1 个量级。按式(13)等号右端为 0 给定端壁边界条件,可增加反问题方法的数值稳定性,并对改善叶轮气动性能有积极影响。

3) 本文认为离心叶轮子午流道狭长是进出口边界条件对叶片造型影响较小的主要原因。

4) 傅里叶级数截断误差对叶片造型的影响大于出口边界条件、端壁边界条件的影响,对气动性能的影响小于出口边界条件、端壁边界条件的影响。支持保留级数前 15 项的论断,但要注意网格密度对最大保留项数的限制。

参考文献:

- [1] Wu C. A general theory of three-dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachines of axial-, radial-, and mixed-flow types[R]. NACA Technical Note 2604, 1952.
- [2] Wu C, Wang Z, Chen H. Three-dimensional rotational flow in transonic turbomachines; Part I solution obtained using a number of S_1 stream filaments of revolution and a central S_2 stream filament[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1992, 114(1): 38-49.
- [3] Zhao X, Sun C, Wu C. A simple method for solving three-dimensional inverse problems of turbomachine flow and the annular constraint condition[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1985, 107(4): 293-300.
- [4] Demeulenaere A, Van B R. Three-dimensional inverse method for turbomachinery blading design [J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1998, 120(4): 247-255.
- [5] Dang T, Damle S, Qiu X. Euler-based inverse method for turbomachine blades; Part II three dimensions flows[J]. AIAA Journal, 2000, 38(11): 2007-2013.
- [6] Ji M, Dang T, Cave M J. Fully three-dimensional viscous semi-inverse method for subsonic mixed-flow and radial impeller design[R]. ASME Paper GT2009-59679, 2009.
- [7] Hawthorne W R, Tan C S, Wang C, et al. Theory of blade design for large defections; Part I two-dimensional cascades[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1984, 106(2): 346-353.
- [8] Tan C S, Hawthorne W R, Wang C, et al. Theory of blade design for large defections; Part II annular cascades[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1984, 106(2): 354-365.
- [9] Tian X, Shan P. A compressible three-dimensional inverse design method based on the streamline curvature approach

- and Clebsch formulation for radial and mixed flow turbomachines[R]. ASME Paper Power, 2012-54805, 2012.
- [10] Borges J E. A three-dimensional inverse method for turbomachinery: Part I theory[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1990, 112(3): 346-354.
- [11] 罗兴琦, 陈乃祥, 林汝长. 混流式转轮内有旋流动的全三元反问题计算[J]. 力学学报, 1995, 27(增刊): 30-36.
LUO Xingqi, CHEN Naixiang, LIN Ruchang. Inverse calculation of a full three dimensional rotational flow for mixed flow runner[J]. Acta Mechanica Sinica, 1995, 27(Sup.): 30-36. (in Chinese)
- [12] 郑小波. 混流式转轮的全三维设计[D]. 西安: 西安理工大学, 2000.
- [13] Zangeneh M, Hawthorne W R. A fully compressible three-dimensional inverse design method applicable to radial and mixed flow turbomachines[R]. ASME Paper 90-GT-198, 1990.
- [14] 罗兴琦, 陈乃祥, 彭国义, 等. 有旋流动的全三维反问题计算在混流式转轮设计中的应用[J]. 水利学报, 1996(10): 27-38.
LUO Xingqi, CHEN Naixiang, PENG Guoyi, et al. An optimum design method for hydraulic turbine runner[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1996(10): 27-38. (in Chinese)
- [15] NUMECA International. FineTM user manual version 6. 2-b[M]. Brussels, Belgium: NUMECA International, 2004.